Prólogo

El desarrollo de ejercicios y casos prácticos es, sin duda alguna, la mejor herramienta para asimilar los conceptos que se estudian sobre finanzas empresariales y mercados financieros en los grados de Administración y Dirección de Empresas, Economía y Negocios Internacionales, y en un amplio número de titulaciones y grados simultáneos compartidos con grados del ámbito del Derecho, el Marketing o algunas ingenierías.

Este libro recoge un amplio número de ejercicios resueltos que serán de gran utilidad para los alumnos que cursan estos grados. Tendrán en una única obra una recopilación de casos de las cuatro asignaturas principales de finanzas que se imparten en los diversos grados: Financiación Empresarial y Cálculo Financiero, Dirección Financiera, Instrumentos Financieros y Finanzas Corporativas.

Las finanzas se enmarcan en un contexto cada vez más amplio y crucial en el mundo de la empresa. Para que una empresa sea eficiente en sus cometidos es precisa la adecuada coordinación entre sus diferentes áreas funcionales, por lo que resulta difícil afirmar que una de ellas sea más importante que la otra; es decir, que si no hay un sistema de organización adecuado, los esfuerzos de la dirección financiera o de la dirección comercial resultarán baldíos. Igualmente, una empresa bien organizada y financieramente bien dirigida no puede subsistir en el tiempo si no cuenta con una política comercial clara. Del mismo modo, sin los adecuados recursos humanos los proyectos empresariales no suelen perdurar aunque haya recursos financieros suficientes y la política comercial sea correcta.

Las finanzas empresariales se ven obligadas a lidiar día a día con financieros, directores comerciales, directores de producción, directores de I+D, responsables de Recursos Humanos, etc. que reclaman de ella mayores y crecientes asignaciones presupuestarias. Evidentemente, el profesional de las finanzas tendrá que saber utilizar sus herramientas de análisis y contentar en la medida de lo posible las múltiples demandas a las que se enfrenta, pero con la frialdad necesaria como para no poner en peligro la solvencia financiera de la empresa, además de procurar la consecución del máximo valor de la misma, en lógica conjunción con el objetivo principal de toda empresa actuante en una economía de mercado, libre, abierta y competitiva.

Este libro de ejercicios pretende ser una obra de utilidad para todos aquellos que se inician en el estudio de las finanzas empresariales, como es el caso de los alumnos de los diferentes estudios de Grado Universitario que incluyan en sus programas docentes asignaturas como las denominadas “Cálculo financiero”, “Financiación Empresarial”, “Dirección Financiera”, “Instrumentos Financieros”, “Finanzas Corporativas”, “Gestión Financiera”, “Economía de la Empresa: Financiación”, “Economía Financiera de la Empresa”, “Finanzas Empresariales”, “Inversión y Financiación Empresarial”, y otras variedades semánticas.

En la obra se han incluido también ejercicios y casos prácticos propuestos en los diferentes exámenes realizados; respondiendo así a una demanda que los propios alumnos nos han manifestado continua e intensamente y que, por fin, creemos que podemos satisfacer.

Dada la creciente demanda de enseñanzas bilingües se ha decidido incluir una parte de este libro en lengua inglesa, lo que también contribuye a una familiarización con el argot financiero anglosajón, y permite su utilización en las materias que son impartidas en esta lengua.

En todo caso, el alumno no debe pensar que el estudio de una serie de ejercicios -algunos de los cuales han sido planteados en anteriores pruebas escritas- es suficiente para superar las pruebas venideras. Los ejercicios aquí recogidos deben entenderse como una amplia muestra de posibilidades y enfoques de análisis de las materias estudiadas y, por tanto, como la base de comprensión de la parte práctica de la asignatura en cuestión. Consecuentemente, el alumno debe trabajar sobre esta base para estar preparado para afrontar otras posibles variantes en las pruebas escritas futuras.

Los autores

En Madrid, a 18 de julio de 2018

Capítulo 1.

Cálculo financiero y financiación empresarial

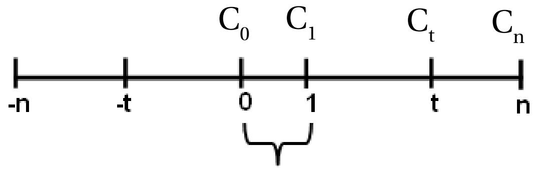
José Luis MATEU GORDON
Ricardo PALOMO ZURDO

Fórmulas

Cálculo financiero y financiación empresarial

1. La nomenclatura convenida utilizada en este capítulo es la recogida en las páginas siguientes:

– Capital inicial: generalmente representado como $\mathbf{C_0}$**.** Es habitual encontrarlo también en publicaciones y contratos como V_0; P_0; P_i; V_i, C_i, P_i, haciendo referencia a conceptos de valor, precio o capital inicial o en el momento cero, y cuando se trabaja con acciones, bonos, etc.
– Capital final: C_n. Igualmente es habitual encontrarlo en publicaciones y contratos como V_n; P_n; P_f; V_f, C_f haciendo referencia a conceptos de valor, precio o capital final o en el momento "n" y cuando se trabaja con acciones, bonos u otros activos.
– Interés o rédito: generalmente representado, en base anual, como "i".
– Plazo o referencia temporal: "t". Es conveniente hablar de "períodos" (años, meses, días, trimestres,…).
– Horizonte temporal: generalmente entre "-n" y "n", o entre "0" y "t" (años, días, meses,….).



2. Bases de cálculo: dependen de los mercados financieros. El numerador indica criterio para contar número de días entre dos fechas; y el denominador es el número de días que tiene el año financiero:

- Base actual / 365: días naturales divididos por 365.
- Base actual / 360: días naturales divididos por 360
- Base 30 / 360: supone todos los meses de 30 días (incluido febrero).
- Base 365 / 365: elimina el 29 de febrero de los bisiestos.
- Base actual / actual: considera los días naturales del año, con 366 días los bisiestos.

Mercado Monetario: base actual/360 (A/360), con dos tipos de transacciones:

- Operaciones *Overnight*, día a día, que se contratan hoy, valor hoy y liquidación el día hábil siguiente.
- Operaciones a plazo, con fecha valor D+2, siendo D el día de contratación de operación.

Repos, simultáneas y deuda pública: base actual/360 (A/360). Fecha valor D+3 para días hábiles del sistema Target.

Renta Fija Privada. Normalmente base actual/actual (A/A) Fecha valor D+3 para días hábiles del Target.

Cupón corrido: base actual / 365 (A/365).

Mercados de swap: A/360 para flujos variables ligado a EURIBOR; mientras que para flujos fijos base 30/360

3. Interés vencido: cuando los reembolsos o reintegros se producen al final de un período.

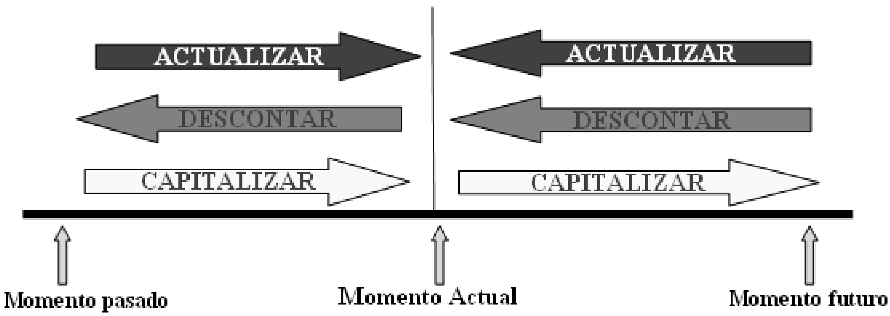
4. Interés anticipado: los reembolsos o reintegros se producen al inicio de un período.

$$i_v = \frac{i_a}{(1+i_a.t)} \qquad\qquad i_a = \frac{i_v}{(1+i_v.t)}$$

5. Expresión del tipo de interés correspondiente al 1%:

- Interés en tanto por uno nominal anual: 0,01 del nominal.
- Interés en porcentaje anual: 1% sobre el nominal.
- Interés en puntos porcentuales: 1 punto porcentual.
- Interés en puntos básicos, pipo o *basis point*: centésima parte del punto porcentual, es decir, dividir el porcentaje anual entre 100 = 100 p.b. Es decir, 1% = 0,01= 100 p.b.; 8% = 0,08 = 800 p.b.; 0,5% = 0,005 = 50 p.b.

6. Actualización, capitalización y descuento.



7. interés Simple:

I: importe de los intereses brutos liquidados al vencimiento de la operación.

C: importe del capital invertido.

i: tipo de interés anual aplicado sobre el capital (en porcentaje).

t: días de devengo de los intereses sobre los n días del año, por ejemplo: plazo de inversión de "t" (90 días) sobre el año.

n: número de días del año (360 o 365 días, en función de la base aplicada).

8. Capitalización Simple:

$$C_n = C_0 \times \left(1 + \frac{t}{n} \times i\right)$$

9. Capitalización Compuesta:

$$C_n = C_0 \times (1 + i)^n$$

10. Descuento simple Racional o Matemático:

$$C_0 = \frac{C_n}{\left(1 + \frac{t}{n} \times i\right)}$$

11. Descuento Compuesto:

$$C_0 = \frac{C_n}{(1 + i)^n}$$

12. Descuento simple Comercial, Bancario o Práctico:

$$C_0 = C_n \times (1 - d \times n)$$

El tipo de interés "i", el de descuento "d" y el plazo "n" están expresados en base anual, por lo que debe haber siempre concordancia en unidades de dimensión. Si el plazo de la operación es diferente al año, habrá que adaptarlo a la base anual correspondiente.

- Si el plazo viene expresado en "m" meses: n = m/12.
- Si el plazo está expresado en "d" días: n = d/360 o d/365.

13. Tasa Anual Efectiva o equivalente (TAE):

Se puede formular la relación entre la TAE (o "i"), el TNA (o "j") y el tipo de interés del subperíodo anual "i_m" de la siguiente forma:

- i_m= j/m: tipo de interés para un período inferior a un año (mensual, trimestral, semestral,...).
- m: Número de veces al año que se obtiene o se paga el tipo "i_m"; es decir, el número de períodos de capitalización dentro del año o frecuencia de capitalización dentro del año. Así, una operación con pagos mensuales tendría m = 12.
- **TNA o "j":** Tipo Nominal Anual o tipo de interés anual capitalizable cada "m" períodos. Es el resultado de sumar el tipo de interés "i_m" tantas veces como se produzcan en un año; es decir, TNA será igual a "m" veces "i_m".

$$i_m = \frac{TNA}{m} = \frac{j}{m} \qquad\qquad 1 + TAE = \left(1 + \frac{TNA}{m}\right)^m$$

14. Conversión entre tasas nominales y tasas reales cuando se dispone de tasa de inflación "g":

$$(1 + i_N) = (1 + i_R) \times (1 + g)$$

15. Cálculo de la Tasa Interna de Rentabilidad (TIR):

$$C_0 = \frac{C_1}{(1+TIR)^1} + \frac{C_2}{(1+TIR)^2} + \frac{C_3}{(1+TIR)^3} + \ldots + \frac{C_n}{(1+TIR)^n}$$

16. Tasa Efectiva de Rentabilidad (TER) con tipos de reinversión:

$\mathbf{i_{t,n}}$ son los tipos efectivos de re-inversión desde el momento "t" hasta el momento final "n":

$$C_0 = \frac{C_1(1+i_{1,n})^{n-1} + C_2(1+i_{2,n})^{n-2} + \ldots + C_{n-1}(1+i_{n-1,n})^1 + C_n}{(1+TER)^n}$$

17. Tasa Geométrica de Rentabilidad (TGR):

$\mathbf{i}_{t,t+1}$ son los tipos efectivos o rentabilidades obtenidas en cada período.

$(1 + TGR)^n = (1 + i_{0,1})\ (1 + i_{1,2})\ (1 + i_{2,3})\ldots\ldots(1 + i_{t,t+1})\ldots\ldots(1 + i_{n-1,n})$

18. Rentas temporales de cuantía variable, postpagables y prepagables.

VA: Valor Actual

VF: Valor Final.

$$VA = \frac{C_1}{(1+i)^1} + \frac{C_2}{(1+i)^2} + \frac{C_3}{(1+i)^3} + \ldots + \frac{C_n}{(1+i)^n}$$

$$VF = C_1(1+i)^{n-1} + C_2(1+i)^{n-2} + \ldots + C_{n-1}(1+i)^1 + C_n$$

19. Rentas temporales y perpetuas de cuantía constante, postpagables y prepagables:

$$VApost = C \times \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \qquad VFpost = C \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$VAprep = C \times \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}(1+i) \qquad VFprep = C \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}(1+i)$$

20. Rentas perpetuas de cuantía constante, postpagables y prepagables:

$$VApost = C \times \frac{1}{i} \qquad VAprep = C \times \frac{1}{i}(1+i)$$

21. Rentas temporales variables en progresión geométrica, postpagables y prepagables:

$$VApost = C \times \frac{1-\left(\frac{1+c}{1+i}\right)^n}{i-c} \qquad VFpost = C \times \frac{1-\left(\frac{1+c}{1+i}\right)^n}{i-c} \times (1+i)^n$$

$$VAprep = C \times \frac{1-\left(\frac{1+c}{1+i}\right)^n}{i-c}(1+i) \qquad VFprep = C \times \frac{1-\left(\frac{1+c}{1+i}\right)^n}{i-c} \times (1+i)^n \times (1+i)$$

Si i = c, entonces sería una indeterminación, y para resolverlo, debe calcularse desde el comienzo y se tiene que:

$$VA = C \times \left[\frac{1}{(1+i)^1} + \frac{1}{(1+i)^1} + \frac{1}{(1+i)^1} + \ldots. + \frac{1}{(1+i)^1} \right] = C \times n \times \frac{1}{(1+i)}$$

Valor actual de una renta perpetua inmediata y postpagable variable en progresión geométrica (sólo tiene sentido si la tasa de crecimiento **c es menor que i**):

$$VApost(n \to \infty)_{siendo\ c<i} = \lim_{(n \to \infty)} C \times \frac{1 - \left(\frac{1+c}{1+i} \right)^n}{i - c} \approx \frac{C}{i - c}$$

Valor actual de una renta perpetua inmediata y postpagable variable en progresión geométrica (con tasa **c mayor que i**):

$$VApost(n \to \infty)_{siendo\ c>i} = \lim(n \to \infty)\ C \times \frac{1 - \left(\frac{1+c}{1+i} \right)^n}{i - c} \approx \infty$$

Valor actual de una renta perpetua inmediata y postpagable variable en progresión geométrica (con tasa **c igual a i**):

$$VApost(n \to \infty)_{siendo\ c=i} = \lim(n \to \infty)\ C \times \frac{1 - \left(\frac{1+c}{1+i} \right)^n}{i - c} \approx \frac{0}{0}$$

22. Valor Actual Neto (VAN):

$$VAN = -A + \frac{C_1}{(1+i)} + \frac{C_2}{(1+i)^2} + \ldots\ldots. + \frac{C_n}{(1+i)^n} \ldots = -A + \sum_{t=1}^{n} C_t \big/ (1+i)^t$$

Si las tasas de actualización o descuento son diferentes para cada período:

$$VAN = -A + \frac{C_1}{(1+i_1)} + \frac{C_2}{(1+i_1)(1+i_2)} + \ldots\ldots + \frac{Cn}{(1+i_1)(1+i_2)\ldots(1+i_n)}$$

23. Estadística básica:

Varianza (para datos históricos / probabilidades).

$$VAR = \sigma^2 = \frac{\left(x_1 - \overline{x}\right)^2 \times n_1 + \left(x_2 - \overline{x}\right)^2 \times n_2 + \ldots + \left(x_3 - \overline{x}\right)^2 \times n_n}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \left(x_i - \overline{x}\right)^2 \times n_i}{N}$$

$$VAR = \sigma^2 = \left(x_1 - \overline{x}\right)^2 \times p_1 + \left(x_2 - \overline{x}\right)^2 \times p_2 + \ldots + \left(x_3 - \overline{x}\right)^2 \times p_n = \sum_{i=1}^{N} \left(x_i - \overline{x}\right)^2 \times p_i$$

Covarianza (para datos históricos / probabilidades).

$$\sigma_{xy} = \frac{\left(x_1 - \overline{x}\right) \times \left(y_1 - \overline{y}\right) \times n_1 + \left(x_2 - \overline{x}\right) \times \left(y_2 - \overline{y}\right) \times n_2 + \ldots \left(x_n - \overline{x}\right) \times \left(y_n - \overline{y}\right) \times n_n}{N}$$

$$\sigma_{xy} = \left(x_1 - \overline{x}\right) \times \left(y_1 - \overline{y}\right) \times p_1 + \left(x_2 - \overline{x}\right) \times \left(y_2 - \overline{y}\right) \times p_2 + \ldots \left(x_n - \overline{x}\right) \times \left(y_n - \overline{y}\right) \times p_n$$

Coeficiente de correlación entre dos variables.

$$Coef\ correlac = \rho_{xy} = \frac{\mathrm{cov}(x, y)}{desv(x) \times desv(y)} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \times \sigma_y}$$

Ejercicios

Cálculo financiero y financiación empresarial

1.1. Calcular el capital final que se obtendría si se invierte en la actualidad 850€ a un plazo de 50 años a un tipo de interés simple y compuesto del 7% anual.

Solución

a. Con interés simple:

$Cn = Co\ (1+i \ x \ n)$

Cn=850 (1+0,07 x 50) = 3.825€

b. Con interés compuesto:

$Cn = Co\ (1+i)^n$

Cn=850 $(1+0,07)^{50}$ = 25.038,47€

1.2. Calcular el valor final de 15.000 euros que se esperan obtener dentro de 35 años aplicando un tipo de interés simple y compuesto del 8% anual.

Solución

a. Con interés simple:

$Cn = Co\ (1+i \ x \ n)$

Cn= 15.000 (1+0,08 x 35) = 57.000€

b. Con interés compuesto:

$Cn = \mathrm{Co}\ (1+i)^n$

Cn= 15.000 $(1+0,08)^{35}$ = 221.780,16€

1.3. Calcular el valor, dentro de 48 días, de una inversión de 5.000 euros al 10% de interés anual. Base de cálculo anual: año comercial de 360 días.

Solución

$Cn = Co\ (1+i \ x \ n)$

$$Cn = 5.000\left(1 + 0{,}1 \times \frac{48}{360}\right) = 5.066{,}67€$$

1.4. Calcular el valor dentro (o en el plazo de) 28 meses de una inversión de 4.000 euros al 9% de interés anual compuesto.

Solución

$$Cn = Co\ (1+i)^{n}$$

$$Cn = 4.000(1+0{,}09)^{\frac{28}{12}} = 4.890{,}89€$$

1.5. Calcular el valor actual de una cantidad que esperamos obtener, en un plazo de 19 meses, de 850 euros, con un interés anual compuesto del 7%.

Solución

$$Co = \frac{Cn}{(1+i)^{n}}$$

$$Co = \frac{850}{(1+0{,}07)^{\frac{19}{12}}} = 765{,}76€$$

1.6. Calcular el valor actual de una cantidad de 10.000 euros que obtendremos dentro de 8 años sabiendo que los primeros 4 años el tipo de interés es del 7% y los 4 años restantes es del 6%.

Solución

$$Co = \frac{Cn}{(1+i)^{n}}$$

$$Co = \frac{10.000}{(1+0{,}07)^{4}(1+0{,}06)^{4}} = 6.060{,}6€$$

1.7. Calcular el valor futuro, en el año 6, de una cantidad invertida hoy de 500 euros a los siguientes tipos de interés anuales: los dos primeros años al 3%, los dos siguientes años al 4% y el resto de los años al 5%.

Solución

$$C_n = C_0(1+i_1)^{n_1}(1+i_2)^{n_2}(1+i_3)^{n_3}$$

$$Cn = 500(1+0{,}03)^{2}(1+0{,}04)^{2}(1+0{,}05)^{2} = 632{,}54€$$

1.8. Calcular la rentabilidad o interés anual obtenido si invertimos 15.000€ y obtenemos en tres años 324.000€, aplicando interés simple y compuesto.

Solución

Interés Simple $\Rightarrow$ 324.000 = 15.000(1+i x 3) $\Rightarrow$ i = 38,6%

Interés Compuesto $\Rightarrow$ 324.000 = 15.000(1+i)^3 $\Rightarrow$ i = 29,2%

1.9. Calcular el número de años necesarios para obtener un capital de 324.000€ a partir de una inversión de 100.000€, sabiendo que el interés anual obtenido (simple y compuesto) es del 14%.

Solución:

$$Interes\ Simple \Rightarrow 324.000 = 100.000(1 + 0{,}14 \times n) \Rightarrow n = 16\ años$$

$$Interes\ Compuesto \Rightarrow n = \frac{\ln 324.000 - \ln 100.000}{\ln(1 + 0{,}14)} = 8{,}97\ años$$

1.10. Calcular el dinero obtenido dentro de 5 años a partir de una inversión de 1.700 euros sabiendo que el tipo de interés compuesto del primer año es del 10%, del 13% el segundo año y del 14% los tres años restantes.

Solución

Cn= 1700(1+0,1)^1(1+0,13)^1 (1+0,14)^3= 3.310,65€

1.11. Hace 3 años se inició una inversión que vence hoy. La revalorización anual ha sido del 8% y el resultado final obtenido ha sido de 40.000€. ¿Cuál fue el importe invertido?

Solución

$$C_0 = \frac{C_n}{(1+i)^n} = \frac{40.000}{(1+0{,}08)^3} = \frac{40.000}{1{,}2597} = 31.753{,}6\ €$$

1.12. Hace 6 meses se compró un activo de renta fija que vence hoy por 1.000€. La tasa de valoración adecuada es el 4%. ¿Cuál fue el importe invertido?

Solución

$$C_0 = \frac{C_n}{1 + n \times i} = \frac{1.000}{1 + \frac{6}{12} \times 0{,}04} = \frac{1.000}{1{,}02} = 980{,}39€$$

1.13. Una familia compró hace 10 años una vivienda, pagando por ella (impuestos y gastos incluidos) 200.000€. Ahora vende esa vivienda por 400.000€. ¿Cuál es la rentabilidad obtenida?

Solución

Este ejemplo es útil para comprobar cómo en estas operaciones, así como en otras con activos que no liquidan intereses, se aplica la capitalización compuesta, pues recoge la revalorización que se va acumulando en cada período, ya que no hay liquidaciones en ningún momento intermedio entre el inicio y el final de la operación. Concretamente, es fácil apreciar que si en 10 años la vivienda se vende por el doble de lo que costó, significa que se ha revalorizado un 100% en 10 años; por lo que "incorrectamente" se diría que se ha revalorizado un 10% anual.

El cálculo correcto para conocer la rentabilidad anual media o revalorización anual sería aplicando la capitalización compuesta.

$$400.000 = 200.000 \times (1+i)^{10} \Rightarrow i = \sqrt[10]{\frac{400.000}{200.000}} - 1 = 7{,}17\% \ anual$$

1.14. Se descuenta en el banco un pagaré de nominal 500€, tipo de descuento 5% anual; fecha de vencimiento 30/3/2010; fecha de abono 10/02/2010, comisión 6%. Calcular el importe del descuento que aplica la entidad y el efectivo que se percibe. Base de cálculo 360 días.

Solución

Días transcurridos t = 50 días. (Con base en 12 meses de 30 días)

Luego el descuento aplicado, incluidas las comisiones es:

$$D = \frac{500 \times 0{,}05 \times 50}{360} + 500 \times 0{,}06 = 3{,}47 + 30 = 33{,}47\ €$$

Es decir, 3,47 euros de intereses y 30 euros de comisión, de modo que se percibe un efectivo de 500 – 33,47 = 466,53€.

C_0 = 500 - D = 500 - 500 x 0,05 x 50/360 = 500 (1 – 0,05 x 50/360) = 496,52€ sobre lo que se restan los 30€ de comisión resultando el mismo valor final de antes de 466,52 euros

1.15. ¿Cuántos años hacen falta para, con una inversión inicial de 100 euros, formar un capital de 150 euros, suponiendo un tipo de interés anual del 8%?

Solución

$$150 = 100 \times (1 + 0{,}08)^n \Rightarrow n = \frac{L150 - L100}{L(1 + 0{,}08)} = 5{,}27\,años$$

1.16 ¿Cuál debería ser el tipo de interés requerido para que una inversión de 100 euros proporcione 150 euros en un plazo de 5 años?

Solución

$$150 = 100 \times (1 + i)^5 \Rightarrow i = \sqrt[5]{\frac{150}{100}} - 1 = 8{,}44\ \%$$

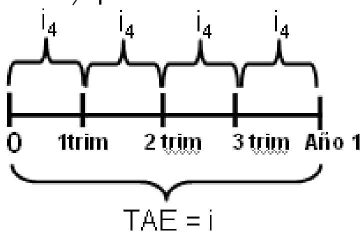
1.17. Si una operación financiera tiene un interés nominal anual del 8% y se realiza con capitalización trimestral, calcular su TAE.

TNA o Tipo Nominal Anual es una forma habitual de identificar lo que en muchos contratos se denomina TIN o Tipo de Interés Nominal (se entiende anual aunque en este segundo caso no se haga explícito). Por tanto, TNA = TIN.

Solución

$$(1 + TAE) = \left(1 + \frac{TNA}{m}\right)^m \Rightarrow (1 + TAE) = \left(1 + \frac{0{,}08}{4}\right)^4 \Rightarrow TAE = 1 - 1{,}082432 = 8{,}2432\%$$

$$TNA = j = 8\%; \quad m = 4; \quad i_4 = {}^{0{,}08}\!/_{4} = 0{,}02$$



1.18. Calcular la rentabilidad efectiva de un depósito bancario a un plazo de un año y con una imposición de 10.000 euros, cuya Tasa Nominal Anual (TNA o TIN) es el 10%, y se capitaliza semestralmente ("m" = 2) acumulándose los intereses al principal.

Solución

Al final de los 6 primeros meses el banco abona la mitad del interés nominal del año y lo acumula al principal:

10.000 x 10% / 2 = 500 euros.

Por tanto, en esa fecha habrá en el depósito:

10.000 + 500 = 10.500 euros.

Al final de los siguientes 6 meses (vencimiento del depósito) el banco abona la otra mitad del interés nominal anual sobre el depósito original y sobre los intereses acumulados:

10.500 x 10% / 2 = 525 euros.

Por tanto, al final del año se ha conseguido un total de:

500 + 525 = 1.025 euros en concepto de intereses.

Como puede verse, si se hubiese calculado directamente la TAE:

(1+TAE) = (1+ 0,1 / 2)^2 se habría obtenido TAE = 0,1025 = 10,25%.

Precisamente, los 1.025 euros obtenidos de intereses sobre el depósito de 10.000 euros, suponen una rentabilidad del 10,25%, pues: 1.025/10.000 = 0,1025 = 10,25%.

1.19. Calcular el capital final que se puede constituir en un plazo de 5 años con un capital inicial de 100 euros, capitalizados a un 6% de interés nominal (TIN o TNA), compuesto trimestralmente (en la fórmula aplicada se toma "i" como valor de la TAE para la aplicación de directa de la TAE sobre la capitalización compuesta).

Solución

$$C_5 = C_0 \times (1+TAE)^5 = C_0 \times \left[\left(1+ {TNA}/{m}\right)^m\right]^5 =$$

$$C_5 = 100 \times \left[\left(1+ {0,06}/{4}\right)^4\right]^5 = 100 \times \left(1+ {0,06}/{4}\right)^{20}$$

$$= 134,68€$$

1.20. Si un banco "A" ofrece a sus clientes una inversión con un tipo nominal anual (TIN o TNA) del 7% con pago cuatrimestral (cada cuatro meses) de intereses y a un plazo de 2 años; y un banco "B" ofrece a un plazo de dos años una TAE del 7,2%. ¿Cuál es la mejor oferta?.

Solución

Para el banco “A” se tiene (como un año tiene 3 cuatrimestres):

$$(1 + TAE) = \left(1 + \frac{TNA}{m}\right)^{m} \Rightarrow (1 + TAE) = \left(1 + \frac{0{,}07}{3}\right)^{3}$$

$$TAE = 1 - 1{,}07165 = 0{,}07165 = 7{,}165\ \%$$

Por tanto, es ligeramente mejor la oferta del banco “B” que abona un 7,2% TAE.

1.21. Una operación de inversión ha generado un rendimiento anual del 10% el primer año, el 15% el segundo, el 20% el tercero y el 25% el cuarto. ¿Cuál es la rentabilidad media anual o lo que sería equivalentemente la TAE de la operación?

Solución

$$(1 + \mathrm{TAE})^4 = (1 + 0{,}10)\ (1 + 0{,}15)\ (1 + 0{,}20)\ (1 + 0{,}25)$$

Interés anual medio o equivalentemente TAE = 17,36%.

1.22. Una inversión ha rendido un 40% en 4 años. ¿Cuál es la rentabilidad media anual o TAE de la operación?

Solución

$$(1 + \mathrm{TAE})^4 = (1 + 0{,}40)$$

Luego interés anual medio o rentabilidad media anual o TAE = 8,77%

1.23. Calcular el capital final que se puede constituir en un plazo de 20 años con un capital inicial de 10.000 euros, capitalizados a un 5% de interés nominal (TIN o TNA) compuesto mensualmente.

Solución

$$C_{20} = C_0 \times (1 + TAE)^{20} = C_0 \times \left[\left(1 + {}^{TNA}\!/_{m}\right)^{m}\right]^{20} =$$

$$C_5 = 10.000 \times \left[\left(1 + {}^{0{,}05}\!/_{12}\right)^{12}\right]^{20} = 10.000 \times \left(1 + {}^{0{,}05}\!/_{12}\right)^{240}$$

$$= 27.126{,}40€$$

1.24. Calcular la TAE a partir de un tipo de interés nominal (TIN o TNA) capitalizable quincenalmente del 10%.

Solución

Dado que un año contiene 24 quincenas, se aplica lo siguiente.

$$(1+TAE)=\left(1+\frac{TIN}{m}\right)^{m}$$

$$TAE=\left(1+\frac{0{,}1}{24}\right)^{24}-1=0{,}1049\times 100=10{,}49\%$$

1.25. Calcular la TAE a partir de un tipo de interés correspondiente a un decenio del 50%.

Solución

El interés global o decenal o del decenio se puede obtener con esta equivalencia con la capitalización a un tipo TAE durante 10 años.

$$(1+TAE)^{n}=(1+i_{D})$$
$$(1+TAE)^{10}=(1+0{,}5)^{1}$$
$$i_{D}=(\sqrt[10]{1{,}5}-1)\times 100=4{,}13\%$$

1.26. Calcular la TAE a partir de un tipo de interés semanal del 0,1%. Se aplica la regla general de que un año tiene 52 semanas.

Solución

$$(1+TAE)=(1+i_{52})^{52}$$
$$(1+TAE)=(1+0{,}001)^{52}$$
$$TAE=5{,}33\%$$

1.27. Calcular el tipo de interés nominal capitalizable diariamente a partir del tipo de interés diario del 0,03%. Se aplica la base del año natural de 365 días.

Solución

$$\frac{TIN}{365}=i_{365}$$
$$TIN=0{,}0003\times 365=10{,}95\%$$

1.28. Calcular el TIN capitalizable diariamente a partir de un tipo de interés bianual del 7%. Base 365 días.

Solución

$$(1+TAE)=\left(1+\frac{TIN}{m}\right)^{m}$$

Como debe adaptarse a trabajar con un bienio o dos años, implica que la segunda parte de la igualdad debe elevarse al cuadrado para que la primera parte equivalga igualmente al cuadrado de dos años a un tipo TAE o directamente al tipo bianual.

Solución

$$(1+i_B)=\left(1+\frac{TIN}{m}\right)^{m\times 2}$$

1.29. Calcular el tipo de interés mensual a partir de una TAE del 8%.

Solución

$$(1+TAE)=(1+i_{12})^{m}$$
$$(1+0{,}08)=(1+i_{12})^{12}$$
$$i_{12}=\left(\sqrt[12]{1{,}08}-1\right)=0{,}64\%$$

1.30. Calcular el tipo de interés mensual a partir de un tipo de interés trianual del 12%.

Solución

$$(1+i_T)=(1+TAE)^3=[(1+i_m)^m]^3$$
$$(1+i_T)=(1+i_{12})^{mx3}$$
$$(1+0{,}12)=(1+i_{12})^{12\times 3}$$
$$i_{12}=\left(\sqrt[36]{1{,}12}-1\right)\times 100=0{,}315\%$$

1.31. Calcular el tipo de interés mensual a partir de un tipo de interés nominal anual capitalizable mensualmente del 12%.

Solución

$$\frac{TIN}{12} = i_{12}$$

$$i_{12} = 12\% \,/\, 12 = 1\%$$

1.32. Calcular el tipo de interés quinquenal a partir de un tipo de interés cuatrimestral del 2%.

Solución

Dado que un año tiene 3 cuatrimestres se aplica la siguiente equivalencia temporal.

$$(1+i_Q) = (1+i_3)^{mx5}$$

$$(1+i_Q) = (1+0{,}02)^{3\times 5}$$

$$i_Q = (1{,}3458-1)\times 100 = 34{,}58\%$$

1.33. Calcular el tipo de interés quinquenal a partir de un tipo de interés nominal anual capitalizable trimestralmente del 6%.

Solución

$$(1+i_Q) = \left(1+\frac{TIN}{m}\right)^{mx5}$$

$$(1+i_Q) = \left(1+\frac{0{,}06}{4}\right)^{4\times 5}$$

$$i_Q = (1{,}3468-1)\times 100 = 34{,}68\%$$

1.34. Calcular el tipo de interés de un quinquenio a partir de una TAE del 4%.

Solución

$$(1+TAE)^n = (1+i_Q)$$

$$(1+0{,}04)^5 = (1+i_Q)$$

$$i_Q = (1{,}2166-1) = 21{,}66\%$$

1.35. Calcular el capital dentro de 2 años si invierto 1.000€ al tipo de interés mensual del 3%.

Solución

$Cn = Co(1+i_{12})^{n}$

$Cn = 1.000 \cdot (1+0{,}03)^{24} = 2.032{,}79€$

1.36. Calcular el capital dentro de 3 meses si invierto 1.000€ al tipo de interés mensual del 1% mediante interés compuesto.

Solución

$Cn = Co \cdot (1+i_{12})^{n}$

$Cn = 1.000.(1+0{,}01)^{3} = 1.030{,}3€$

1.37. Calcular el capital dentro de 6 meses si invierto 1.000€ al tipo de interés semestral del 5% mediante interés compuesto.

Solución

$Cn = Co(1+i_{2})^{n}$

$Cn = 1.000.(1+0{,}05)^{1} = 1.050€$

1.38. Calcular el capital dentro de 15 meses si invierto 2.000€ a una TAE del 7%.

Solución

$$Cn = Co(1+TAE)^{n}$$

$$Cn = 2.000(1+0{,}07)^{\frac{15}{12}} = 2.176{,}5€$$

1.39. Calcular el capital dentro de 10 años si invierto 5.000€ a un tipo de interés anual capitalizable semestralmente del 6%.

Solución

$$Cn = Co\left(1+\frac{TIN}{m}\right)^{m\times 10}$$

$$Cn = 5.000\left(1+\frac{0{,}06}{2}\right)^{2\times 10} = 9.030{,}55€$$